

Nawigacja: ocena dokładności pozycji



dr hab. inż. Paweł Zalewski, prof. AMS
Akademia Morska w Szczecinie

Literatura

- 1) Górski S., Jackowski K., Urbański J.: Ocena dokładności prowadzenia nawigacji. Wyższa Szkoła Morska, Gdynia 1990
- 2) Gucma S.: Podstawy teorii linii pozycyjnych i dokładności w nawigacji morskiej. Wyższa Szkoła Morska, Szczecin 1995
- 3) Gucma S., Jagniszczak I.: Nawigacja morska dla kapitanów. Wydawnictwo FOKA. Szczecin 1997
- 4) Jurdziński M.: Podstawy nawigacji morskiej. Wydawnictwo Akademii Morskiej w Gdyni, Gdynia 2003
- 5) IMO: navigation systems performance standards (GPS MSC.112(73), GLONASS MSC.53(66), Combined GPS / GLONASS MSC.74(69), GALILEO MSC.233(82), ECDIS A817, radar MSC64, ARPA A823, gyro A694, SDME MSC96, etc.), GNSS policy (A915), WWRNS (A953), accuracy (A529, A694, A860, A815)
- 6) Zalewski P.: prezentacja wykładowa na stronie <http://cirm.am.szczecin.pl> (studenci / nawigacja)

Zagadnienia

1. Niepewność pomiarów w nawigacji morskiej
2. Rozkład normalny - krzywa Gaussa, wartość średnia
3. Średni błąd kwadratowy
4. Korelacja
5. Błąd linii pozycyjnej
6. Miary dokładności pozycji: średni równoległobok błędów, średnia elipsa błędów, średni błąd kołowy
7. Błąd pozycji zliczonej
8. Błąd całkowity pozycji bieżącej
9. Błędy graficzne
10. Macierz kowariancji błędu
11. Geometria błędu pozycji
12. Standardy dokładności IMO

1. Niepewność pomiarów

Przyczyny powstawania błędów to:

- 1) Niedoskonałość urządzeń i przyrządów pomiarowych
- 2) Niedoskonałość metod pomiaru i wykorzystania danych
- 3) Zmienność warunków dokonywania pomiarów
- 4) Niedoskonałość zmysłów obserwatora
- 5) Błędy transformacji i wyboru (metod określenia pozycji):
 - Błędy odwzorowań (zniekształcenia kartograficzne)
 - Błędy układu odniesienia
 - Błędy przybliżenia izolinii
 - Błędy obliczeń
 - Błędy graficzne
 - Błędy wyboru

Zniekształcenia kartograficzne:

- zastąpienie elipsoidy kulą (sferą)
- zastąpienie geoidy elipsoidą
- odwzorowanie płaszczyznowe elipsoidy lub geoidy

Błędy układu odniesienia (WGS-84, ITRF):

- błędy transformacji pomiędzy układami
- błędy danych kartograficznych w układzie odniesienia

Błędy przybliżenia izolinii:

- błędy zastąpienia izolinii kołem pozycyjnym
- błędy zastąpienia izolinii prostą pozycyjną (styczną do izolinii)

Linia pozycyjna - miejsce geometryczne punktów na powierzchni Ziemi odpowiadające stałej wartości zmierzonego parametru, np. kąta, odległości, wysokości, głębokości, różnicy (sumy) odległości.

W nawigacji mamy do czynienia z następującymi podstawowymi **liniami pozycyjnymi** będącymi izoliniami:

- ortodromą (namiarów obcych)
- linią geodezyjną (najkrótszej odległości na elipsoidzie)
- linią równych namiarów (to nie loksodroma, ani ortodroma!)
- linią równych odległości (okrąg na sferze i płaszczyźnie)
- linią równych wysokości ciała niebieskiego (okrąg, parabola)
- linią równych różnic odległości (hiperbola na płaszczyźnie)
- linią równych sum odległości (elipsa na płaszczyźnie)
- linią równych głębokości (izobata)

oraz z **powierzchniami pozycyjnymi** np. równej odległości od satelity (sfera).

Błędy obliczeń:

- błędy przybliżeń analitycznych
- błędy interpolacji i ekstrapolacji tablicowych
- błędy zaokrągleń (cyfry znaczące)

Błędy graficzne:

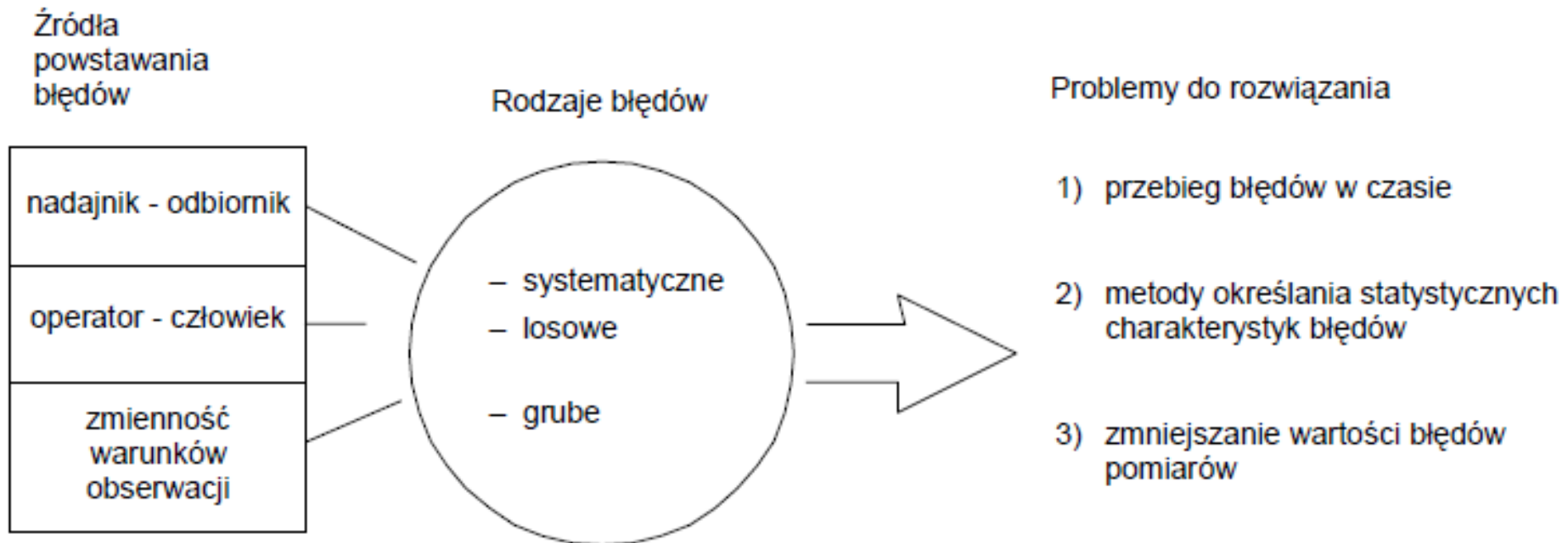
- liniowy błąd graficzny
- kątowy błąd graficzny
- całkowity błąd graficzny
- błąd interpolacji graficznej

Błędy wyboru:

- błędy doboru linii pozycyjnych przy określaniu pozycji
- błędy wyboru sposobu wyznaczania współrzędnych pozycji
- błędy wyboru rodzaju pozycji

Ze względu na charakter i wielkość liczbową wyróżniamy:

- 1) **Błędy systematyczne**: stałe i okresowe
- 2) **Błędy przypadkowe**, które wykazują pewne własności statystyczne:
 - są ograniczone; oznacza to, że dla określonych warunków nie przekraczają pewnych ustalonych wartości
 - błędy małe, co do bezwzględnej wartości, pojawiają się częściej niż błędy duże
 - błędy dodatnie pojawiają się równie często, jak ujemne
- 3) **Błędy grube** (omyłki)



Zasady praktyczne (Jurdziński 2003):

Rodzaj obliczeń	Stopień zaokrąglenia
• Wysokość astronomiczna:	0',1
– wysokość zliczona:	0',1
– różnica:	0',1
– obserwowana:	0',1
• Identyfikacja azymutu ciał niebieskich:	1°, 0
– azymut:	0°, 1
– całkowita poprawka:	0°, 3
– kierunek znosu:	1°, 0
– prędkość znosu:	0, 1 w
• Kierunki drogi:	0°, 1
– kierunki drogi nad dnem:	0°, 1

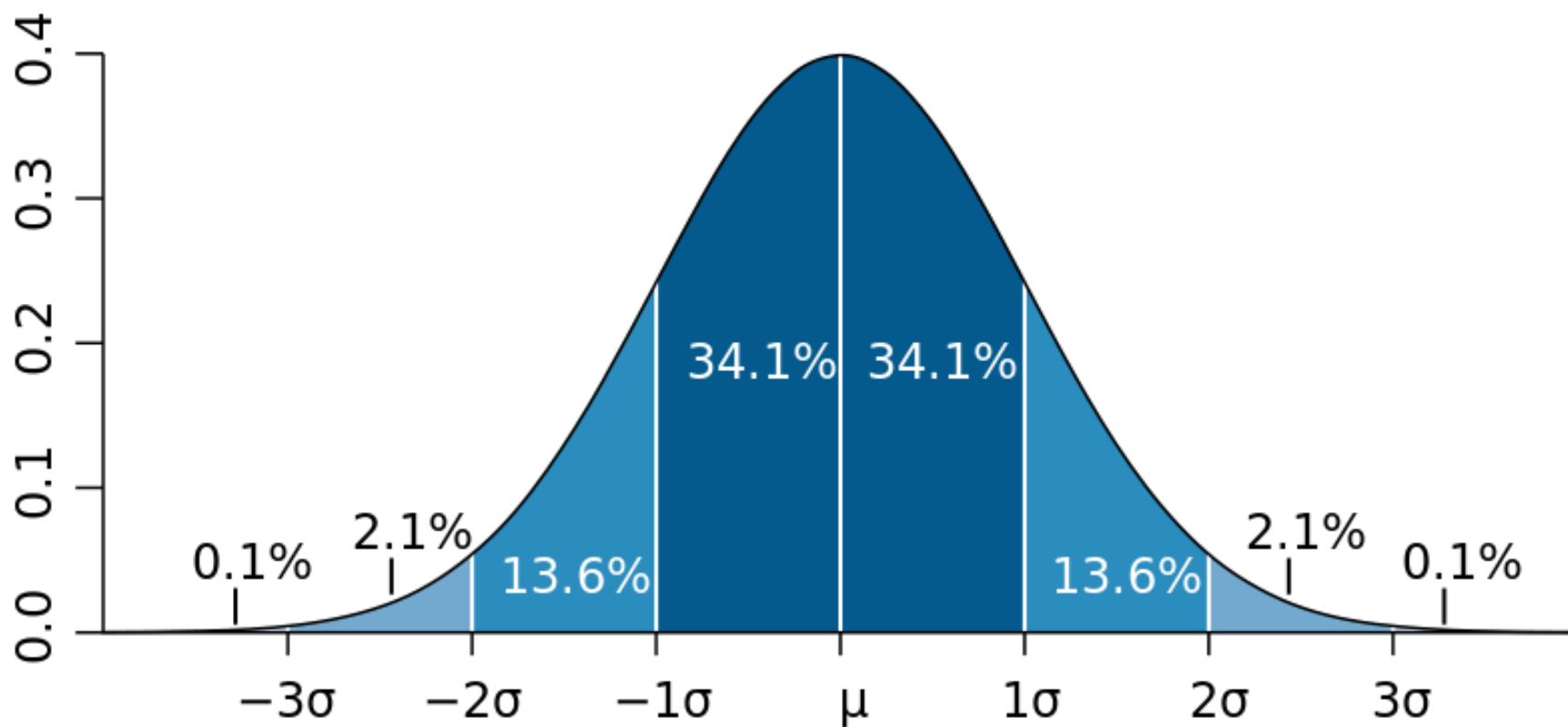
Zasady praktyczne (Jurdziński 2003):

Rodzaj obliczeń	Stopień zaokrąglenia
• ETA (czas przyścia):	1 min
• ETD (czas wyjścia):	1 min
• Wysokość pływu:	0,1 m
• Szerokość geograficzna:	0', 1
• Różnica szerokości:	0', 1
• Długość drogi:	0, 1 Mm
• Prędkość statku:	0, 1 w
• Prędkość nad dnem:	0, 1 w
• Czas określania pozycji:	1 min
• Deklinacja:	0°, 3
• Dewiacja:	0°, 3
• Zasięg widoczności światła:	0, 1 Mm

Zasady praktyczne:

- zaokrąglanie wartości obliczonych błędów do jednej cyfry znaczącej
- używanie w obliczeniach liczb zwykle z jedną cyfrą znaczącą więcej niż liczby podawane ostatecznie, żeby zmniejszyć niedokładności spowodowane przez zaokrąglenie
- podanie w końcowych wynikach ostatniej cyfry znaczącej tego samego rzędu (stojącej na tym samym miejscu dziesiętnym) co błąd
- podanie jednostek w jakich uzyskano wyniki

2. Rozkład normalny



$$f(x | \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}} du$$

Wartość średnia, wariancja i odchylenie standardowe:

$$\bar{x} = x_0 = \mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n-1}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n-1}}$$

3. Średni błąd kwadratowy

Średni błąd kwadratowy pomiaru x_i :

$$m = \pm\sigma = \pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n-1}}$$

Błąd średni średniej arytmetycznej μ :

$$m' = \frac{m}{\sqrt{n}} = \pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n(n-1)}}$$

Błąd maksymalny:

Błąd maksymalny pomiaru jest to błąd uznany za wartość graniczną błędów przypadkowych.

$$m_{\max} = 3m$$

Prawdopodobieństwo pojawienia się błędu w granicach od $-3m$ do $3m$ wynosi 99,7%. Prawdopodobieństwo popełnienia błędu większego co do wartości bezwzględnej niż $3m$ wynosi 0,3%.

Prawdopodobieństwo popełnienia błędu średniego wynosi 68,3%.

Błąd przeciętny:

Błędem przeciętnym pomiaru nazwano średnią arytmetyczną bezwzględnych wartości błędów w danej serii obserwacji:

$$\theta = \pm \frac{\sum_{i=1}^n |\bar{x} - x_i|}{n}$$

Między błędem średnim a przeciętnym istnieje następująca zależność:

$$\theta \approx 0,8m$$

Błąd prawdopodobny:

Błędem prawdopodobnym σ_p nazywa się taką wartość błędu, która spełnia warunek, iż zarówno prawdopodobieństwo wystąpienia błędu nie przekraczającego wartości σ_p , jak też błędu przekraczającego tę wartość jest równe i **wynosi 50%**.

$$\sigma_p \approx 0,67m$$

4. Korelacja

Korelacja jest to właściwość zmiennych losowych oznaczająca ich współzależność.

Do jakościowego scharakteryzowania korelacji stosuje się określenia:

- występowanie lub brak korelacji,
- silna lub słaba korelacja,
- dodatnia lub ujemna korelacja.

Do ilościowego scharakteryzowania korelacji stosuje się miary:

- kowariancja;
- współczynnik korelacji.

Kowariancja zmiennych x, y :

$$k_{xy} = \text{cov}(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i - x_0)(y_i - y_0)]}{n - 1}$$

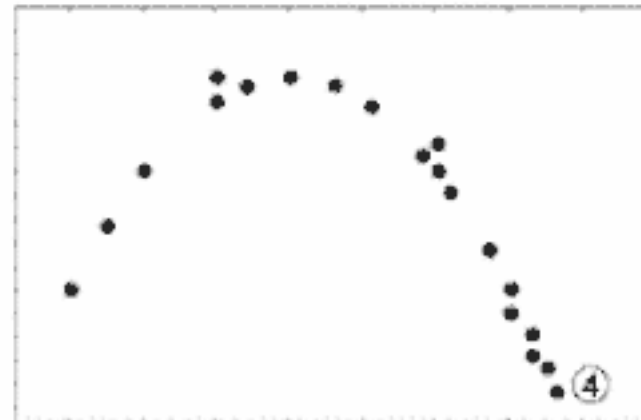
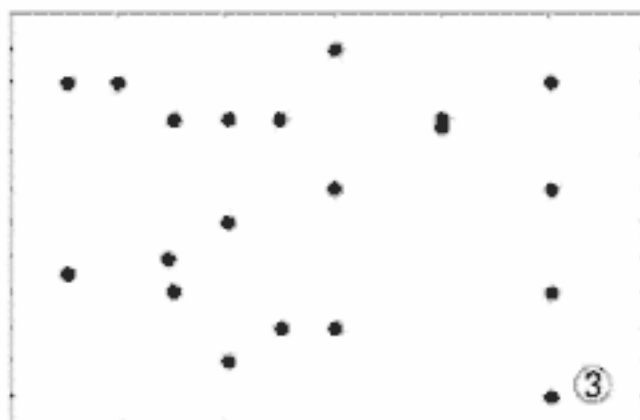
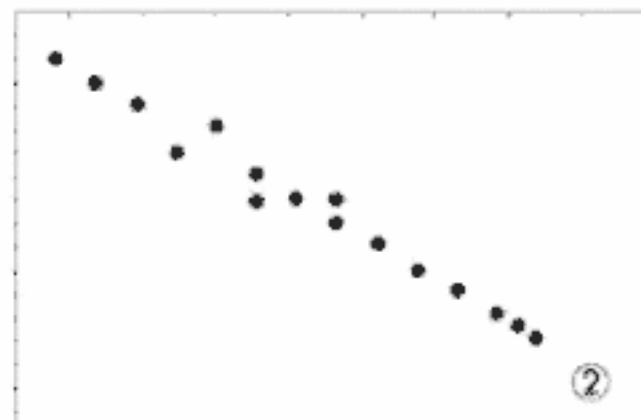
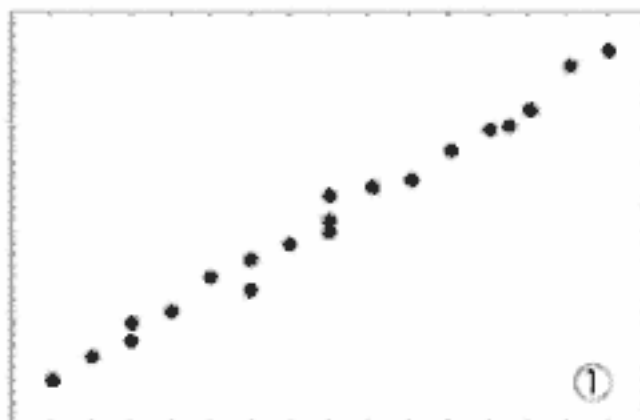
Współczynnik korelacji:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i - x_0)(y_i - y_0)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2 \sum_{i=1}^n (y_i - y_0)^2}}$$

$$r_{xy} = \frac{\text{cov}(x, y)}{m_x \cdot m_y}$$

$$-1 \leq r_{xy} \leq 1$$

- 1) korelacja liniowa dodatnia
- 2) korelacja liniowa ujemna
- 3) brak korelacji
- 4) korelacja nieliniowa



5. Błąd linii pozycyjnej

Błędy średnie linii pozycyjnych:

$$m_l = \frac{m_p}{g_p}$$

g_p to gradient mierzonego parametru będący operatorem różniczkowym charakteryzującym zmianę funkcji na danym odcinku.

Gradienty parametrów nawigacyjnych umożliwiają przeliczenie błędów mierzonych parametrów (odległości, kątów itd.) na błędy linii pozycyjnych.

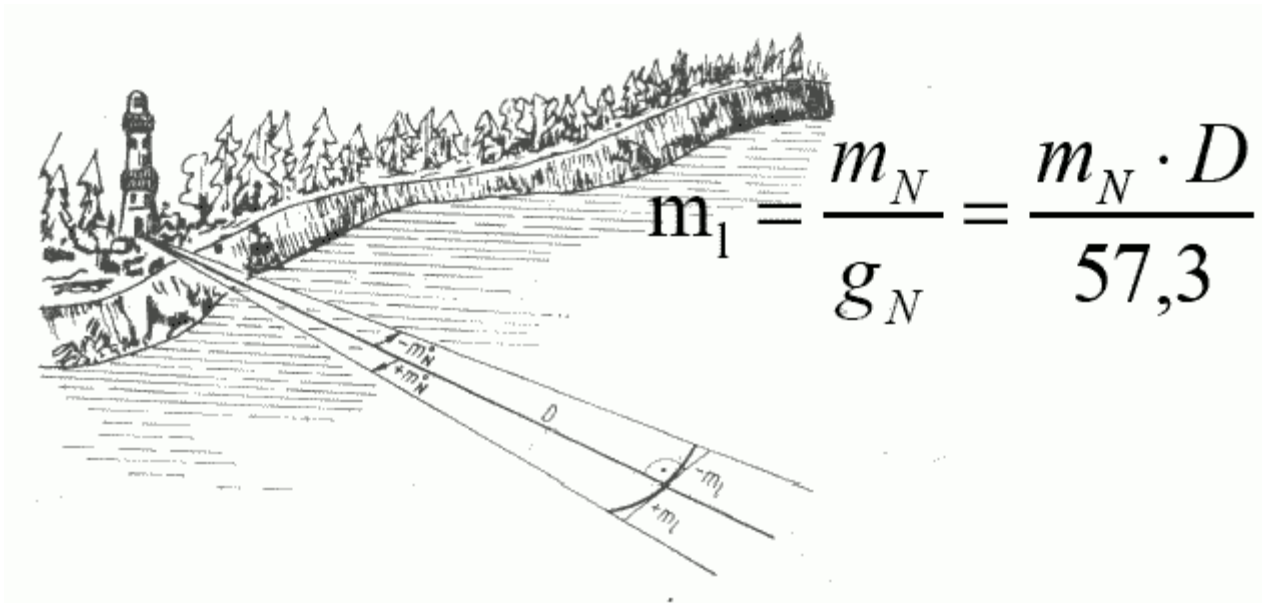
Gradient odległości:

$$g_D = 1$$

Gradient namiaru:

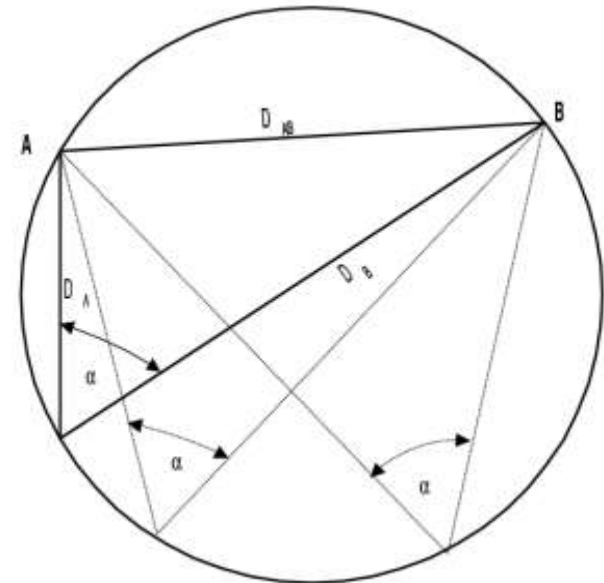
$$g_N = \frac{57,3}{D}$$

Błąd linii pozycyjnej z namiaru:



Błąd linii pozycyjnej z kąta poziomego:

$$m_1 = \frac{m_\alpha}{g_\alpha} = \frac{m_\alpha \cdot D_A \cdot D_B}{57,3 \cdot D_{AB}}$$

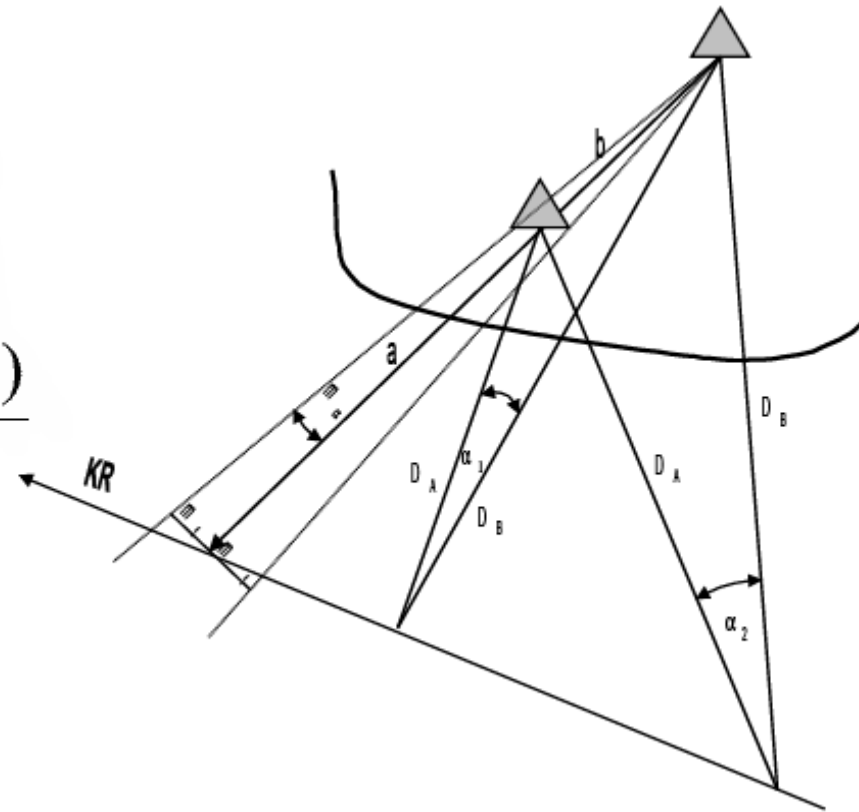


Błąd średni linii pozycyjnej z nabeźnika:

$$m_1 = \frac{m_\alpha \cdot D_A \cdot D_B}{57,3 \cdot D_{AB}}$$

$$m_1 = \frac{m_\alpha \cdot a \cdot (a + b)}{57,3 \cdot b}$$

$$m_1 = \frac{a \cdot (a + b)}{60 \cdot 57,3 \cdot b}$$



Błąd linii pozycyjnej z kąta pionowego:

$$D = \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha}$$

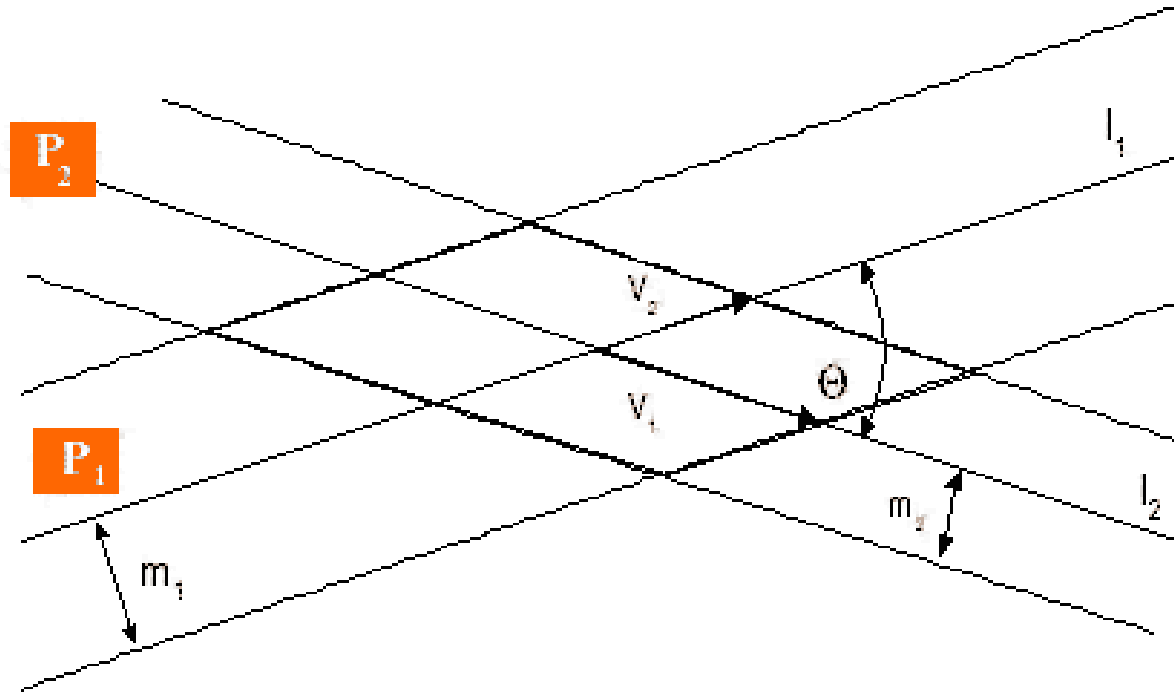
$$m_D = D \sqrt{\left(\frac{m_H}{H}\right)^2 + \left(\frac{m_\alpha}{\alpha}\right)^2}$$

6. Miary dokładności pozycji

Dokonując pomiarów dwuwymiarowych (2D) (np. wyznaczając pozycje na odwzorowanych na płaszczyźnie systemach odniesienia), przy założeniu, że pomiary w obu wymiarach mają rozkład normalny uzyskujemy miary dokładności w postaci:

- średniego równoległoboku błędów,
- średniej elipsy błędów
- średniego kąta błędów – średniego błędu kąтового.

Średni równoległobok błędów:



Prawdopodobieństwo znalezienia się w średnim równoległoboku błędów:

$$P \approx 0,683 \times 0,683 \approx 0,466 \text{ lub } 46,6\%.$$

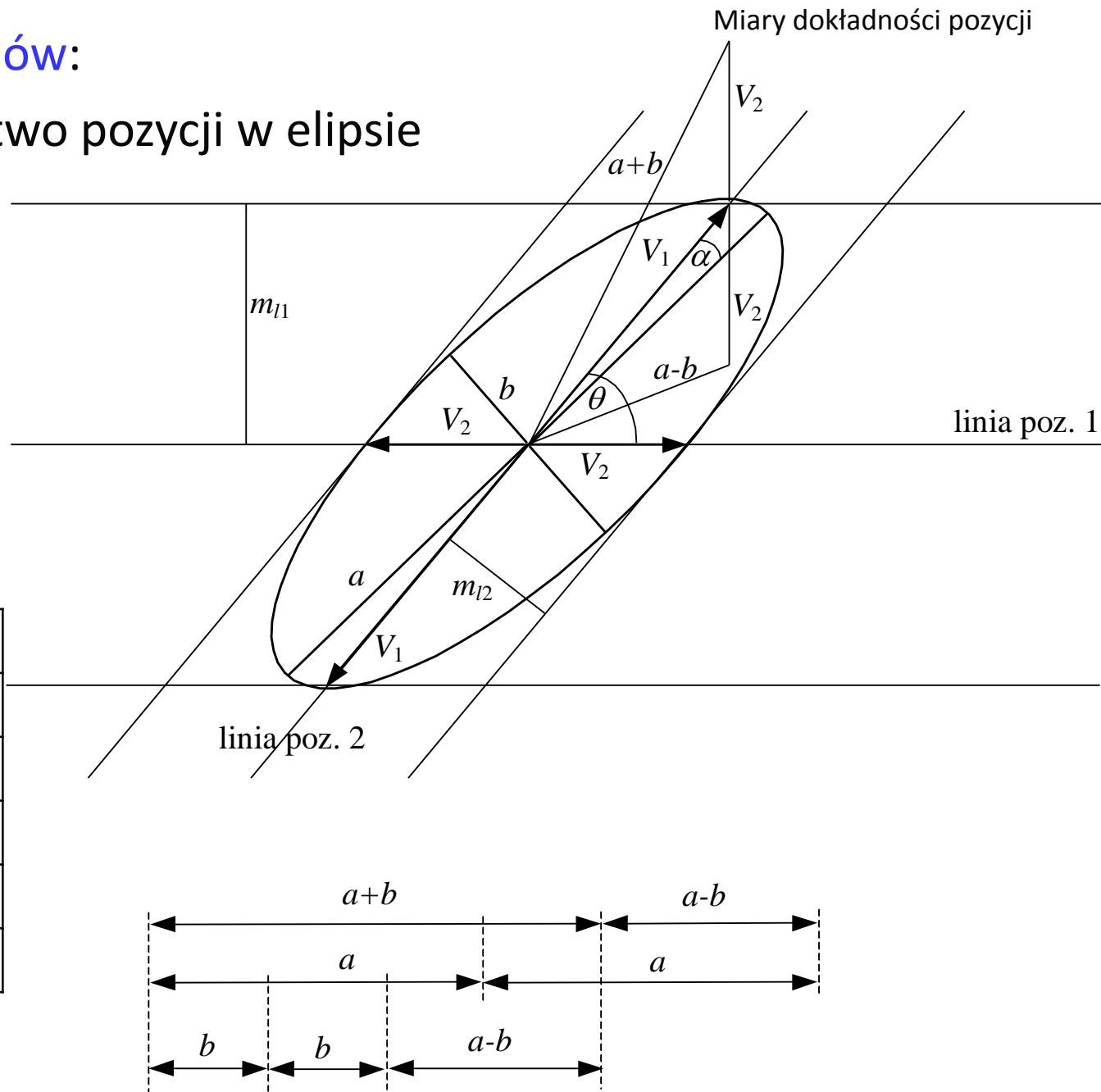
Średnia elipsa błędów:

Prawdopodobieństwo pozycji w elipsie

$$P = 1 - e^{-\frac{c^2}{2}}$$

dla elipsy c razy powiększonej:

$c = 1$	$P = 39,3\%$
$c = 1,41$	$P = 63,2\%$
$c = 1,5$	$P = 67,5\%$
$c = 2$	$P = 86,5\%$
$c = 2,45$	$P = 95,0\%$
$c = 3$	$P = 98,9\%$



gdzie $e = 2,71828182845904$ jest podstawą logarytmu naturalnego. 6-3

Analityczne wyznaczenie parametrów elipsy błędów:

Średnie błędy wektorowe linii pozycyjnych możemy wyznaczyć znając kąt θ , pod jakim się te linie przecinają:

$$V_1 = \frac{m_{l1}}{\sin \theta}, \quad V_2 = \frac{m_{l2}}{\sin \theta}$$

Półosie średniej elipsy błędów :

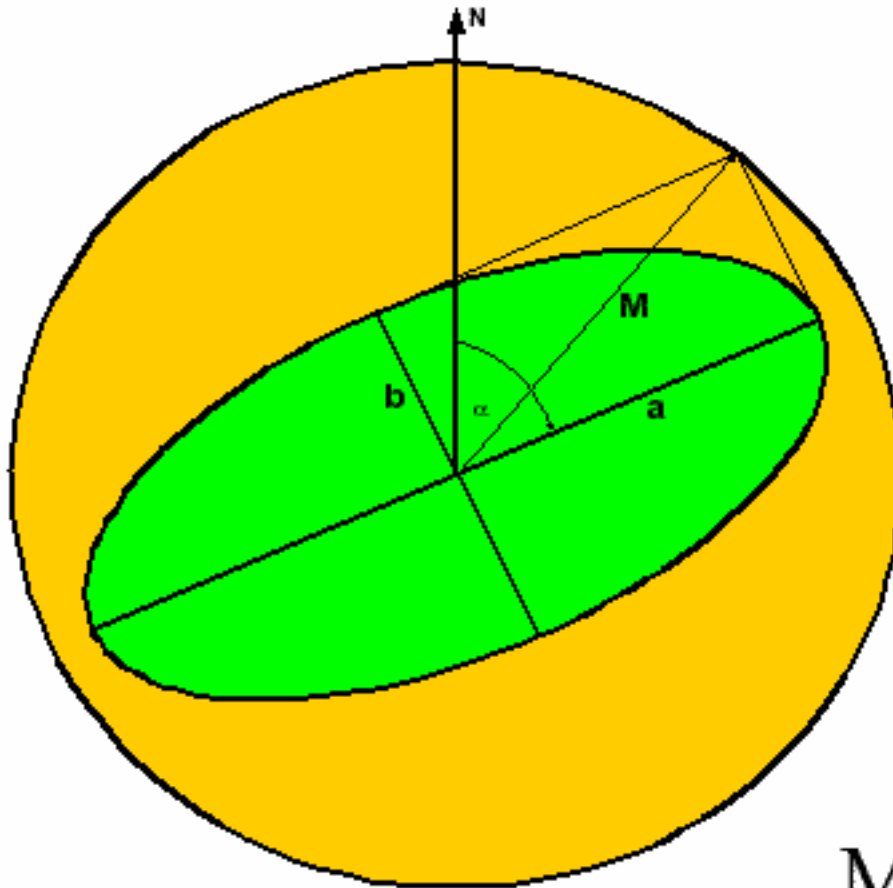
$$a = \frac{1}{2} \left(\sqrt{V_1^2 + 2V_1V_2 \sin \theta + V_2^2} + \sqrt{V_1^2 - 2V_1V_2 \sin \theta + V_2^2} \right)$$

$$b = \frac{1}{2} \left(\sqrt{V_1^2 + 2V_1V_2 \sin \theta + V_2^2} - \sqrt{V_1^2 - 2V_1V_2 \sin \theta + V_2^2} \right)$$

Kąt α , zawarty między półosią a a większym błędem wektorowym oblicza się według wzoru:

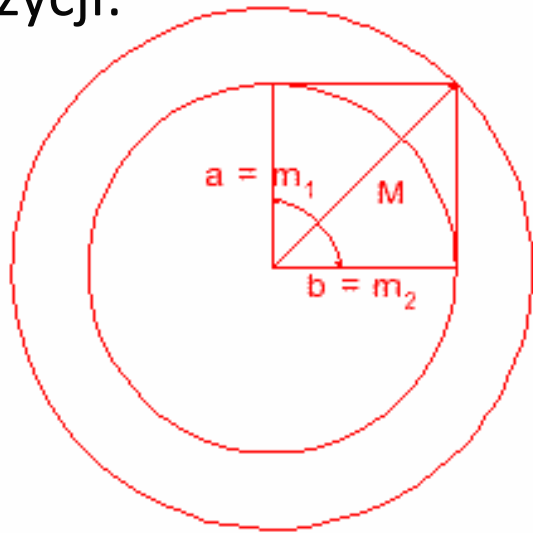
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\sin 2\theta}{\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^2 + \cos 2\theta}$$

Średni błąd kołowy pozycji (RMS, DRMS):



$$M = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Prawdopodobieństwo znalezienia się w średnim błędzie kołowym pozycji:



$$M = \sqrt{a^2 + b^2}$$

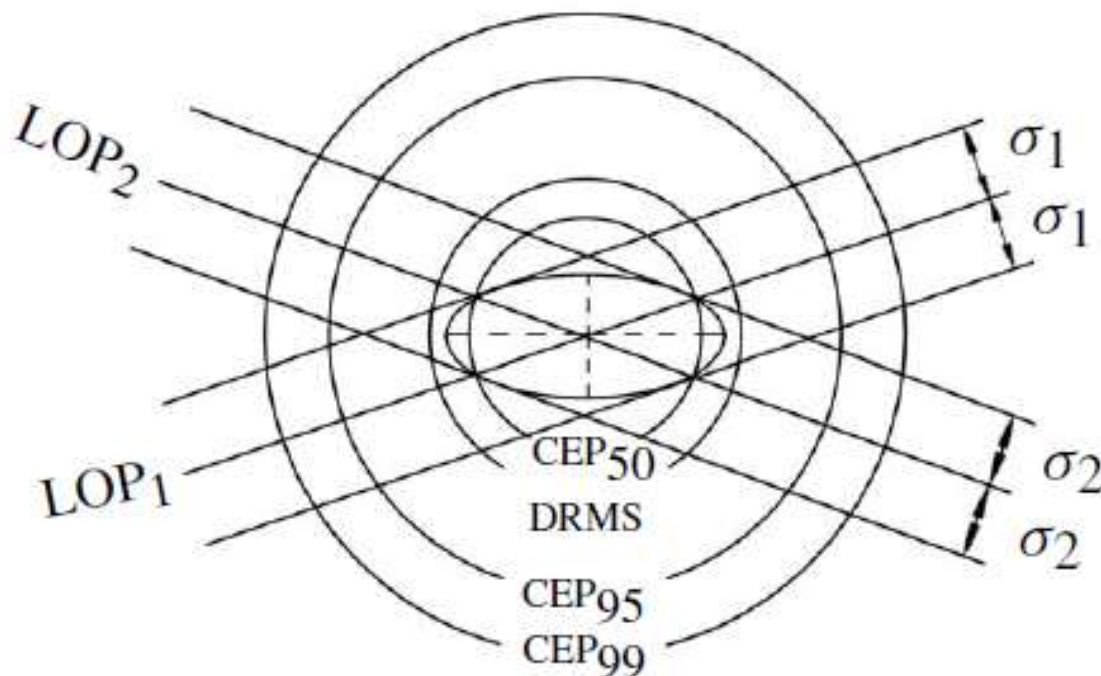
$$a = b \Rightarrow M = \pm \sqrt{a^2 + a^2} = \pm a\sqrt{2}$$

$$c = \frac{M}{a} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}$$

$$P = 1 - e^{-\frac{c^2}{2}} \quad P = 1 - e^{-\frac{\sqrt{2}^2}{2}} = 1 - e^{-1} \quad P = 0,632$$

$$\frac{b}{a} = 1 \Rightarrow P = 63,2\%$$

$$\frac{b}{a} \rightarrow 0 \Rightarrow P = 68,3\%$$



$$\text{DRMS} = \sqrt{\sigma_{\varphi}^2 + \sigma_{\lambda}^2} \quad \text{MRSE} = \sqrt{\sigma_{\varphi}^2 + \sigma_{\lambda}^2 + \sigma_h^2}$$

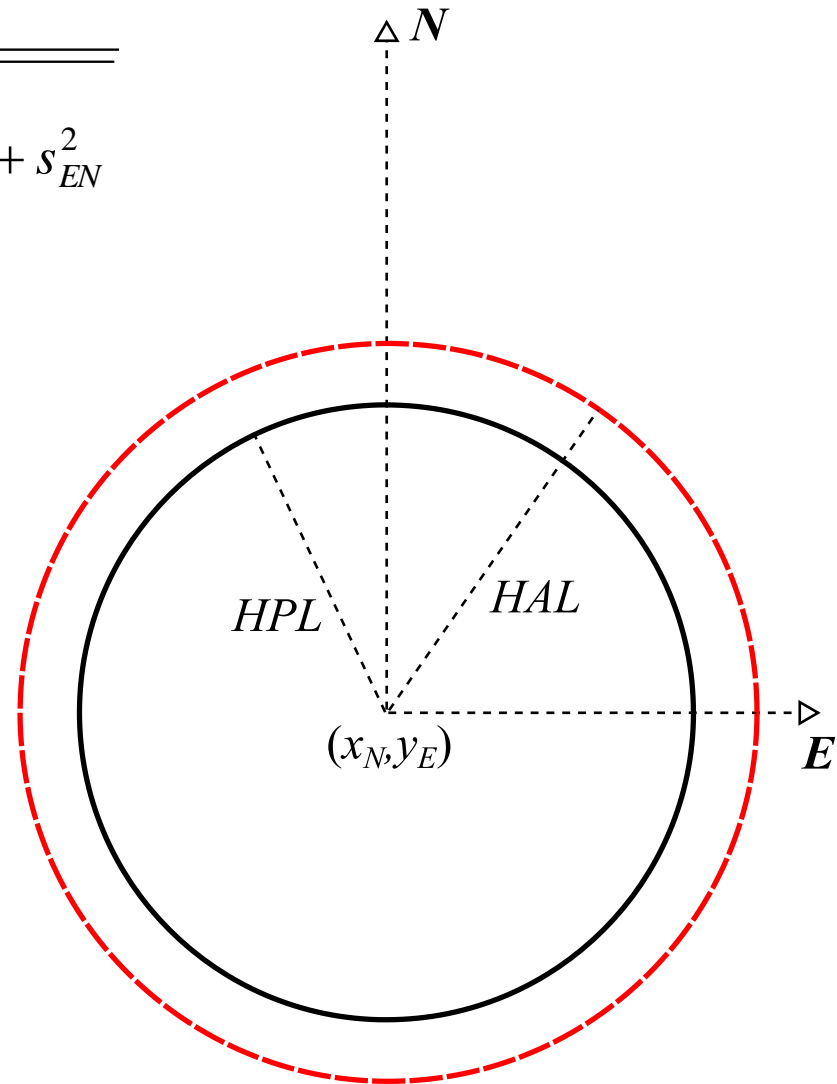
$$\text{CEP} = 0.59 (\sigma_{\varphi} + \sigma_{\lambda}) \quad \text{SEP} = 0.51 (\sigma_{\varphi} + \sigma_{\lambda} + \sigma_h)$$

$$\text{CEP}_{95} = \text{CEP} \cdot 2.08 \quad 2 \text{ DRMS} = 2.4 \cdot \text{CEP} = 1.18 \cdot \text{SEP}$$

$$\text{CEP}_{99} = \text{CEP} \cdot 2.58$$

$\approx 13 \text{ m}$	$(\varphi \text{ and } \lambda)$	2 DRMS	$(95 \%),$
$\approx 5 \text{ m}$	$(\varphi \text{ and } \lambda)$	CEP	$(50 \%), \text{ and}$
$\approx 11 \text{ m}$	$(\varphi, \lambda \text{ and } h)$	SEP	$(50 \%).$

$$HPL = k \sqrt{\frac{s_E^2 + s_N^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{s_E^2 - s_N^2}{2}\right)^2 + s_{EN}^2}}$$



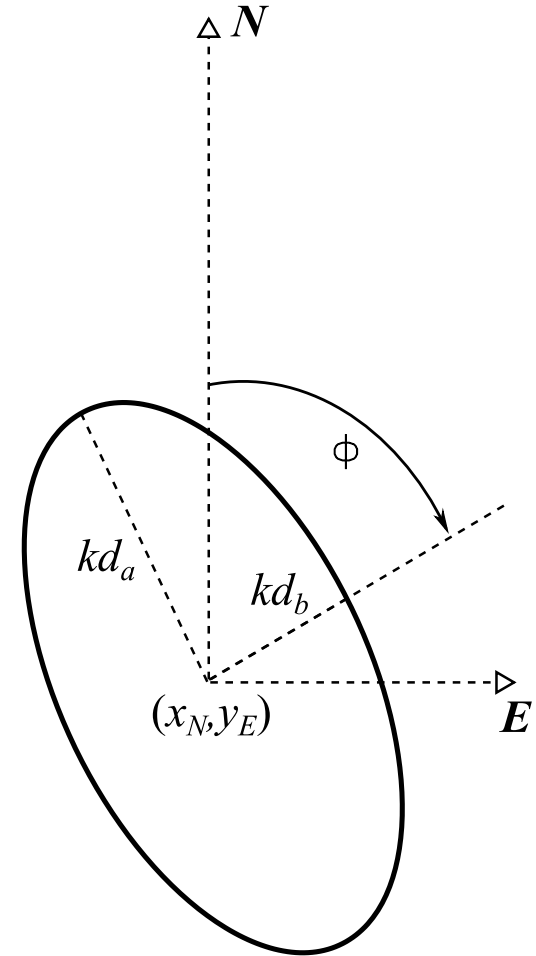
Miary: Protection Level / Ellipse:

$$PE = \begin{cases} kd_a \\ kd_b \\ \Phi \end{cases}$$

$$d_a = \sqrt{\frac{s_E^2 + s_N^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{s_E^2 - s_N^2}{2}\right)^2 + s_{EN}^2}}$$

$$d_b = \sqrt{\frac{s_E^2 + s_N^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{s_E^2 - s_N^2}{2}\right)^2 + s_{EN}^2}}$$

$$\Phi = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{atan} 2(2s_{EN}, s_E^2 - s_N^2)$$



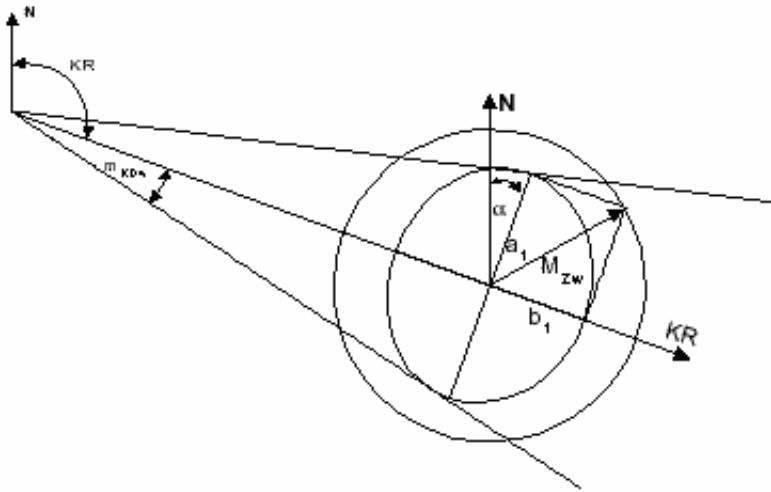
NMEA-0183 message: GST

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8* 9
 \$GPGST,172814.0,0.006,0.023,0.020,273.6,0.023,0.020,0.031*6A

Field	Meaning
0	Message ID \$GPGST (\$GP: GPS, \$GL: GLONASS, \$GN: combined)
1	UTC of position fix
2	RMS value of the pseudorange residuals; includes carrier phase residuals during periods of RTK (float) and RTK (fixed) processing
3	Error ellipse semi-major axis 1 sigma error, in meters
4	Error ellipse semi-minor axis 1 sigma error, in meters
5	Error ellipse orientation, degrees from true north
6	Latitude 1 sigma error, in meters
7	Longitude 1 sigma error, in meters
8	Height 1 sigma error, in meters
9	The checksum data, always begins with *

7. Błąd pozycji zliczonej

Bez prądu:



$$m_{KDw} = \pm \sqrt{m_k^2 + m_\alpha^2}$$

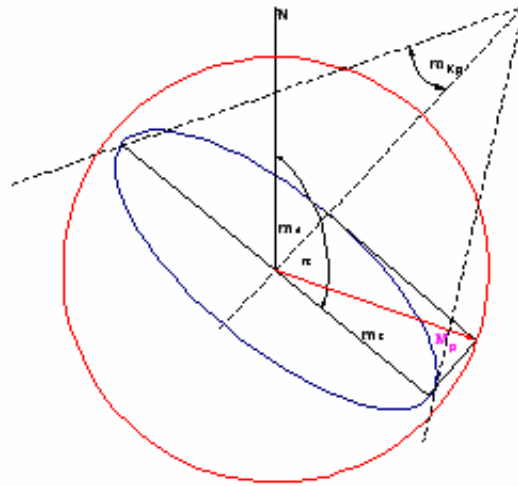
$$m_1 = \frac{m_{KDw} D}{57,3}$$

$$m_2 = m_V t$$

$$M_{Zw} = \pm \frac{1}{\sin \theta} \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$$

$$\theta = 90^\circ \quad M_{Zw} = \pm \sqrt{\left(\frac{V \cdot t \cdot m_{KDw}}{57,3} \right)^2 + (t \cdot m_V)^2}$$

Na prądzie:



$$m_3 = \frac{m_{Kp} V_P t}{57,3}$$

$$m_4 = m_{VP} t$$

$$M_P = \pm \frac{1}{\sin \theta} \sqrt{m_3^2 + m_4^2}$$

$$\theta = 90^\circ \quad M_P = \pm \sqrt{\left(\frac{V_P \cdot t \cdot m_{Kp}}{57,3} \right)^2 + (t \cdot m_{VP})^2}$$

Na prądzie:

$$M_Z = \pm \sqrt{M_{Zw}^2 + M_P^2}$$

$$M_{Zw} = \pm \sqrt{\left(\frac{V \cdot t \cdot m_{KDw}}{57,3}\right)^2 + (t \cdot m_V)^2} \quad M_P = \pm \sqrt{\left(\frac{V_P \cdot t \cdot m_{Kp}}{57,3}\right)^2 + (t \cdot m_{Vp})^2}$$

$$M_Z = \pm t \cdot \sqrt{\left(\frac{V \cdot m_{KDw}}{57,3}\right)^2 + (m_V)^2 + \left(\frac{V_P \cdot m_{Kp}}{57,3}\right)^2 + (m_{Vp})^2}$$

$$M_Z = f(t)$$

$$M_Z = \pm t \cdot k_Z$$

8. Błąd całkowity pozycji bieżącej

M_c - błąd średni

U_c - błąd 90%

$$M_c = \pm \sqrt{M_o^2 + M_z^2}$$

$$U_c = \pm \sqrt{U_o^2 + U_z^2}$$

$$U = 2 \cdot M$$

9. Błędy graficzne

Średni błąd kwadratowy operacji graficznej liniowej (odłożenie odcinka, naniesienie punktu):

$$m_g = \pm 0,5\text{mm}$$

dla n liniowych operacji graficznych:

$$m_{Cg} = \pm \sqrt{m_{g1}^2 + m_{g2}^2 + \dots + m_{gn}^2}$$

$$m_{Cg} = \pm m_g \sqrt{n}$$

Rzeczywisty liniowy błąd graficzny na mapie o skali S :

$$m_G = \pm \frac{m_{Cg}}{S} = \pm \frac{m_g}{S} \sqrt{n} \quad [\text{mm}]$$

$$m_G = \pm \frac{m_g}{S \cdot 1000} \sqrt{n} \quad [\text{m}]$$

Średni błąd kwadratowy kątowej operacji graficznej (naniesienie na mapę kursu, namiaru):

$$m_{\alpha} = \pm 0,3^{\circ}$$

na mapie o skali S :

$$m_G = \pm D_P \frac{m_{\alpha}}{57,3}$$

D_p - odległość punktu P , dla którego określono błąd graficzny od punktu, w którym wyznaczono dany kierunek

$$M = \pm \sqrt{M_O^2 + M_G^2}$$

$$M = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{\sin \theta} \sqrt{\left(\frac{m_N \cdot D_1}{57,3} \right)^2 + \left(\frac{m_N \cdot D_2}{57,3} \right)^2} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sin \theta} \sqrt{\left(\frac{m_{g\angle} \cdot D_1}{57,3} \right)^2 + \left(\frac{m_{g\angle} \cdot D_2}{57,3} \right)^2} \right)^2}$$

$$M = \pm \sqrt{\left(\frac{m_N}{\sin \theta} \sqrt{\left(\frac{D_1}{57,3} \right)^2 + \left(\frac{D_2}{57,3} \right)^2} \right)^2 + \left(\frac{m_{g\angle}}{\sin \theta} \sqrt{\left(\frac{D_1}{57,3} \right)^2 + \left(\frac{D_2}{57,3} \right)^2} \right)^2}$$

$$M = \pm \sqrt{\left(\frac{m_N}{\sin \theta \cdot 57,3} \sqrt{D_1^2 + D_2^2} \right)^2 + \left(\frac{m_{g\angle}}{\sin \theta \cdot 57,3} \sqrt{D_1^2 + D_2^2} \right)^2}$$

$$M = \pm \frac{\sqrt{D_1^2 + D_2^2}}{\sin \theta \cdot 57,3} \sqrt{m_N^2 + m_{g\angle}^2}$$

10. Macierz kowariancji błędu

$$P = \begin{bmatrix} m_{\varphi}^2 & k_{\varphi l} \\ k_{\varphi l} & m_l^2 \end{bmatrix}$$

m_{φ} , m_l - błędy średnie w kierunku południka i równoleżnika (wariancje):

$$m_{\varphi}^2 = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha$$

$$m_l^2 = a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha$$

kowariancje:

$$k_{\varphi l} = \frac{a^2 - b^2}{2} \sin 2\alpha$$

11. Geometria błędu pozycji – DOP

„Dilutions of precision” (DOP) są współczynnikami geometrycznymi dokładności spodziewanych wyników pozycji w odbiorniku GPS. Wartość tych współczynników jest uzależniona od wzajemnych położeń satelitów, których sygnał wykorzystywany jest do pozycjonowania, czyli od geometrii ich konfiguracji.

Wartości DOP mogą być wyrażane w różny sposób w zależności od wpływu pozycji satelitów na poszczególne wymiary pozycji odbiornika:

GDOP geometrical dilution of precision (geometryczny)

PDOP positional dilution of precision (pozycyjny)

HDOP horizontal dilution of precision (w poziomie)

VDOP vertical dilution of precision (w pionie)

TDOP time dilution of precision (czasowy)

GDOP geometrical dilution of precision

Ogólny współczynnik geometrycznej dokładności odnoszący się do czterech zmiennych opisujących wyznaczoną z systemu GPS pozycję (X, Y, Z, t) lub $(B(\varphi), L(\lambda), h, t)$. Współczynnik ten opisuje jakość oszacowania pozycji w przestrzeni 4D:

$$GDOP = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + \sigma_{c \cdot t}^2} = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + c^2 \sigma_{dt}^2}$$

gdzie:

σ - zakładany, identyczny dla każdego satelity, błąd pomiaru pseudoodległości równy 1,

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{ct}$ - jednowymiarowe błędy średniokwadratowe (odchylenia standardowe) wyznaczonej w trzech wymiarach pozycji i czasu (podczas rozwiązania modelu pozycyjnego GNSS metodą najmniejszych kwadratów otrzymuje się macierz kowariancji).

12. Standardy dokładności IMO

Minimalna odległość od niebezpieczeństwa d_N w Mm	dokładność pozycji w Mm (P = 95%)	Dokładność systemu określania pozycji w Mm (P= 95%)					
		0,00	0,10	0,25	0,50	1,00	2,00
10	0,4	12	12	9	-	-	-
20	0,8	28	28	27	22	-	-
30	1,2	48	48	47	44	27	-
40	1,6	72	72	71	68	56	-
50	2,0	100	100	99	97	87	0
60	2,4	132	132	131	129	120	73
70	2,8	168	168	167	165	157	118
80	3,2	208	208	207	206	198	162
90	3,6	252	252	251	250	242	210
100	4,0	300	300	300	299	291	260

RODZAJ ŻEGLUGI	REZOLUCJA IMO A.529(13) z 1983 r.	REZOLUCJA IMO A.815 (19)z 2001 r.	OCZEKIWANIA I WYMAGANIA UŻYTKOWNIKÓW [Jurdziński, 2000]	NOWA REZOLUCJA IMO A.953
Żegluga oceaniczna	4% odległości od najbliższego niebezpieczeństwa lecz nie więcej niż 4 Mm	1 - 4 Mm	500 m	<100 m
Żegluga przybrzeżna	4% odległości od najbliższego niebezpieczeństwa lecz nie więcej niż 4 Mm	do 2 Mm	100 m	< 10 m
Redy, porty i inne rejony ograniczone (kanały, rzeki)	Wg uznania lokalnej administracji morskiej	Wg uznania lokalnej administracji morskiej	< 10 m	

WYMÓG	REJON PŁYWANIA		
	A	B	C
Błąd określania pozycji (95%)	≤ 10 m	≤ 10 m	≤ 100 m
Częstotliwość odświeżania pozycji	$> 1/10$ Hz lub $> 1/2$ Hz	$> 1/10$ Hz lub $> 1/2$ Hz	$> 1/10$ Hz lub $> 1/2$ Hz
Dostępność sygnału	> 99.8 % (2 lata)	> 99.5 % (2 lata)	> 99.8 % (30 dni)
Wiarygodność	≥ 99.97 % (3 godz.)	≥ 99.85 % (3 godz.)	nie określona
Ostrzeżenie	< 10 s	< 10 s	zależnie od MSI

IMO Resolution A.915(22) comprises maritime requirements for GNSS adopted in 2001:

System level parameters

	Absolute Accuracy		Integrity		
	Horizontal (metres)	Alert limit (metres)	Time to alarm (seconds)	Integrity risk (per 3 hours)	
Ocean	10	25	10	10 ⁻⁵	
Coastal	10	25	10	10 ⁻⁵	
Port approach and restricted waters	10	25	10	10 ⁻⁵	
Port	1	2.5	10	10 ⁻⁵	
Inland waterways	10	25	10	10 ⁻⁵	

...